Políticas de racionamiento a través de listas de prioridad

P. Escalona[1], J. Oyarzo, J. Pérez y L. Pérez[2]

[1] Departamento de Industrias, Universidad Técnica Federico Santa María, Avenida España 1680, Valparaíso, Chile
[2] Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Técnica Federico Santa María, Avenida España 1680, Valparaíso, Chile
pablo.escalona@usm.cl, luis.perez@usm.cl

Resumen En este trabajo se estudia el racionamiento de un lote de pedido único entre múltiples clases de clientes con demanda estocástica y nivel de servicio diferenciado a través de listas de prioridad. Se propone un modelo para minimizar el lote de pedido único según una política de lista *Random*, i.e., cuando no existe un criterio preestablecido para definir el orden en que se satisfacerá la demanda de las diferentes clases. Para un caso especial encontramos que la política de lista *Random* tiene un mejor desempeño que la política de lista *Responsive*, la cual prioriza a aquellas clases con menor nivel de demanda.

Keywords: Rationing, Responsive priority list, Random priority list

1. Introducción

Cuando los productos son perecederos o su demanda es de una sola vez se utiliza normalmente el *newsvendor problem* para gestionar el tamaño de pedido. El objetivo de este modelo es determinar el tamaño de lote de pedido único antes de que el periodo de demanda estacional comience. Un supuesto básico del *newsvendor problem* es que la demanda es estocástica y su realización es continua durante el periodo estacional. Consideremos ahora un contexto similar, en el que se debe determinar el tamaño de lote de pedido único antes que el periodo estacional comience, pero la recepción de las órdenes de compra (demanda) se realiza durante el *lead time*. Consideremos además que existen diferentes grupos de cliente (clases), y que cada clase requiere un nivel de servicio diferenciado. Una vez recepcionado el lote, el producto es distribuido de forma instantánea. Si el lote de producto solicitado es menor que la demanda acumulada durante el *lead time* se debe racionar el lote, lo que puede atentar contra el cumplimiento del nivel de servicio preestablecido para ciertas clases de clientes. En este contexto, el racionamiento implica determinar el orden en que se satisface la demanda de cada clase de cliente. Luego, para determinar el tamaño de lote de pedido, se debe conocer la forma (mecanismo) en que se ordenan las clases de clientes para satisfacer sus requerimientos de demanda en el caso de escasez. Estos mecanismos se denominan listas de prioridad, siendo el enfoque más usado en la práctica (Zhang (2003)) y el que se emplea en este trabajo.

El mecanismo más sencillo para construir una lista de prioridad en caso de escasez es satisfacer la demanda en función del nivel de servicio de cada clase (*Fixed list policy*). Sin embargo, este mecanismo podría no satisfacer la demanda de clases con bajo nivel de servicio si la demanda de las clases prioritarias es alta. En este sentido, la lista fija puede ser superada por un mecanismo donde la demanda de cada clase es satisfecha en orden según su nivel de demanda (*Responsive list policy*). De esta forma, si se satisface primero aquellas clases con bajo nivel de demanda se asegura el cumplimiento del nivel de servicio de un mayor número de clases. Por otro lado, si no existe un criterio de asignación preestablecido se deben considerar todas las posibilidades de orden de atención bajo una lógica aleatoria (*Random list policy*). Sin embargo, trabajar con listas Random y Responsive implica utilizar procesos combinatoriales difíciles de implementar cuando existen muchas clases de clientes.

El objetivo de este trabajo es determinar el tamaño óptimo del lote de pedido único cuando se utiliza lista Random y Responsive, de tal manera de satisfacer el nivel de servicio preestablecido para cada clase de cliente. El problema se formula como un modelo de programación estocástica que minimiza el tamaño de lote, sujeto a satisfacer el nivel de servicio preestablecido para cada clase.

Nahmias and Demmy (1981) estudian un modelo de período único que utiliza un *nivel crítico* como mecanismo de racionamiento. Estos autores no formulan modelo de optimización, realizando solamente experimentos para obtener el número esperado de *backorders* para diferentes valores de pedido único y nivel critico. Moon and Kang (1998) extienden el modelo de Nahmias and Demmy (1981) a múltiples clases de demanda.

Lagodimos (1992) estudia dos políticas de racionamiento frente a la escasez de inventario, a saber, (i) racionamiento con participación equitativa (*fair share rationting*) y (ii) racionamiento por prioridad (*priority rationing*). El racionamiento con participación equitativa consiste en racionar el inventario disponible de tal forma que todos los clientes tengan igual probabilidad de incurrir en escasez, mientras que el racionamiento por prioridad consiste en satisfacer a los clientes en funcion de una secuencia definida por una lista de prioridad. . Este autor propone dos reglas para construir la lista de prioridad: (i) asignar prioridad en orden creciente según demanda realizada (*Responsive list*) y (ii) asignar prioridad de forma aleatoria (*Random list*). Los autores Eppen and Schrage (1981) también estudian la política equitativa.

Swaminathan and Srinivasan (1999) presentan un modelo para encontrar el tamaño de lote de pedido único, en el cual un productor enfrenta demanda estocástica y restricciones de nivel de servicio de múltiples clientes. En su formulación las restricciones aseguran el cumplimiento del nivel de servicio de cada cliente, pero no aseguran la satisfacción total de su demanda requerida. En su formulación se utiliza una política de asignación para plantear las restricciones de nivel de servicio para cada cliente, i.e., no utilizan listas de prioridad. La política de asignación utilizada por estos autores es aleatoria. Para resolver el problema anterior, Swaminathan and Srinivasan (1999) particionan el espacio-demanda en regiones excluyentes en donde cada región tiene una combinación única de clientes atendidos y una probabilidad de ocurrencia. El problema se resuelve a través de un algoritmo que define las regiones y se obtiene una cota superior del lote de pedido, para luego realizar una búsqueda binaria dentro de las regiones establecidas encontrando el valor óptimo del lote de pedido único.

Zhang (2003) considera en su trabajo la política de racionamiento por prioridad y formula un modelo para dos clientes en donde se minimiza el tamaño de pedido sujeto a satisfacer el nivel de servicio para cada cliente. La restricción de satisfacción se basa en la probabilidad de utilizar una de las dos listas factibles, equivalente a la probabilidad de que un cliente ocupe el primer o segundo lugar en la lista. Para formular el problema de múltiples clientes, Zhang (2003) utiliza el *supuesto de disponibilidad*, el cual le permite generar un mecanismo sencillo para formular las restricciones de nivel de servicio. El *supuesto de disponibilidad* consiste en que la demanda de un solo cliente no será satisfecha completamente en el caso de escasez y dada la política de racionamiento que se implementa, es el último cliente de la lista el que no será servido completamente. Zhang (2003) define el nivel de servicio proporcionado a un cliente basado en la probabilidad de que éste sea el último de la lista. Luego desarrolla un modelo de programación estocástica para determinar el mínimo lote sujeto a que el nivel de servicio provisto a un cliente en particular sea mayor al nivel de servicio asignado a él. Finalmente este autor encuentra la probabilidad óptima de que un cliente esté en el último lugar de la lista tal que el lote de compra sea mínimo. Una conclusión relevante de este trabajo es que es menos probable que los clientes con mayor nivel de servicio requerido estén en los últimos lugares de la lista.

Alptekinoglu et al. (2012) estudian dos clases de políticas para construir una lista de prioridad, a saber, (i) *Responsive Priority Policy* y (ii) *Anticipative Priority Policy*. En la primera política la posición de un cliente en la lista depende de su demanda, mientras que en la segunda política la posición y la demanda son independientes. En la formulación del problema Responsive, Alptekinoglu et al. (2012) utiliza la ley de probabilidades totales para agregar las restricciones de nivel de servicio de cada cliente. De esta manera, se formula un problema aproximado que permite encontrar una cota inferior para el tamaño de pedido. Respecto a *Anticipative Priority Policy* los autores demuestran que la política óptima cuando se utiliza lista fija es rankear a los clientes en orden decreciente según su nivel de servicio requerido. En el caso de lista Random resuelve este problema en forma óptima al considerar solamente demandas idéntica e independientemente distribuidas (i.i.d.), dejando planteada la formulación para el problema no i.i.d. Al comparar el desempeño de la lista fija, Random i.i.d. y Responsive, se demuestra que ésta última es la que induce el menor tamaño de lote óptimo.

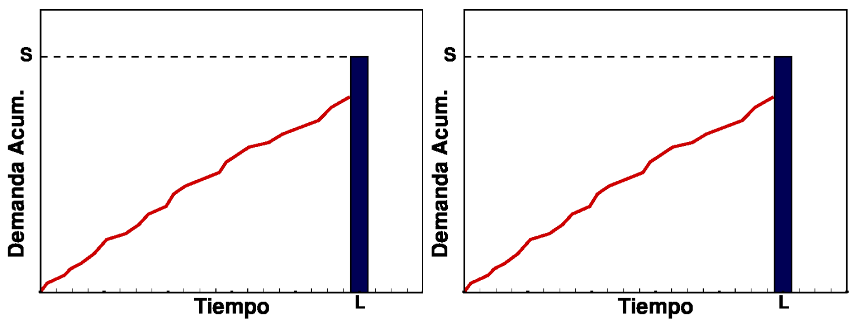
Continuando con la línea de investigación de Alptekinoglu et al. (2012), en éste trabajo se propone un modelo matemático para la política Responsive y un modelo para la política Random no i.i.d. Los modelos desarrollados en éste artículo son de carácter no lineal y estocásticos, considerando el preprocesamiento de los parámetros como un elemento primordial en la resolución de estos modelos cuando la cantidad de clases de demanda es alta.

Como principales contribuciones éste artículo propone: (i) un modelo de optimización del tamaño de lote único a pedir considerando racionamiento a través de listas Random no i.i.d., tomando como principal punto de referencia el desarrollo de listas Random propuesto por Alptekinoglu et al. (2012); (ii) Comparar el desempeño de política Random no i.i.d. con una política Responsive, que según Alptekinoglu et al. (2012) es la de mejor desempeño.

Lo que sigue de éste artículo se ordena como sigue: En la Sección [2] se introducen los modelos para política Random no i.i.d. y Responsive; la Sección [3] presenta experimentos computacionales; y finalmente la Sección [4] entrega conclusiones y futuros lineamientos de este trabajo.

2. Formulación de modelos

Consideremos una firma distribuidora de un producto estacional, cuya demanda se realiza durante el periodo de *lead time* $L > 0$. Cuando arriba el lote solicitado de tamaño S, este debe ser distribuido inmediatamente entre I clases de clientes, $i = 1, 2, ..., N$, cada uno de los cuales requiere un nivel de servicio β_i diferenciado. Una clase es un conjunto de clientes que requieren el mismo nivel de servicio. En este trabajo, el nivel de servicio se mide por la probabilidad de satisfacer la demanda de cada clase desde el inventario disponible (nivel de servicio tipo I). La demanda acumulada de clase i durante el *lead time*, x_i, se distribuye normalmente con esperanza μ_i y varianza σ_i^2, i.e., $x_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$.



(a) No induce racionamiento (b) Induce racionamiento

Figura 1: Comportamiento típico de demanda

La Figura (1a) y (1b) ilustran los dos posibles eventos al solicitar un lote de pedido único cuando la demanda se realiza durante el *lead time*. En la figura (1a) la demanda acumulada de todas las clases de clientes es menor o igual al lote recepcionado, i.e. $\sum_{i=1}^{N} x_i \leq S$. En este caso no se produce racionamiento debido a que el lote recepcionado es suficientemente grande como para satisfacer la demanda de todas las clases. En la Figura (1b) se observa la situación opuesta, donde existirá demanda insatisfecha, por lo que se hace necesario racionar el lote. En este trabajo se exploran dos políticas alternativas para racionar el lote recepcionado, a saber, *Responsive Priority Policy* y *Random Priority Policy.*

Independiente de la política que se utilice, el problema de nivel de servicio (SLP) es el mismo, i.e., minimizar el lote de pedido sujeto a que el nivel de servicio provisto a cada clase i-ésima, $sl_i(S)$, sea mayor o igual al nivel de servicio preestablecido para esta clase, β_i. Luego,

$$\min_{S\geq 0} \quad S \tag{1}$$

$$\text{s.t:} \quad sl_i(S) \geq \beta_i \qquad \forall\, i \in I \tag{2}$$

Por lo tanto, para cada tipo de política lo que varía es la formulación del nivel de servicio provisto a la clase i-ésima.

2.1. Política de prioridad Responsive

La política Responsive consiste en priorizar las clases ordenándolas de menor a mayor según su nivel de demanda, con el objetivo de satisfacer el nivel de servicio y la demanda de la mayor cantidad de clases posible.

La condición de satisfacción para la clase i-ésima cuando ocupa la posición n-ésima en la lista de prioridad, $\pi(n) = i$, es que la suma de su demanda y la demanda de todas las clases ubicadas antes de él debe ser menor o igual que S. Por ejemplo, para la clase 1 ($i = 1$) los eventos que producen la satisfacción de su demanda bajo la política Responsive son: que ocupe la primera posición de la lista y que su demanda sea menor o igual a S, que ocupe la segunda posición en la lista y que la demanda de él más la demanda del que ocupa la primera posición en la lista sea menor o igual a S, que ocupe la tercera posición en la lista y que su demanda más la demanda de aquellas clases que ocupan la primera y segunda posición sean menores o iguales a S, y así sucesivamente hasta completar todas las posiciones que el cliente 1 puede ocupar en la lista. Luego la restricción de nivel de servicio para la clase 1 es, $\mathbb{P}(\pi(1) = 1, x_{\pi(1)} \leq S)+\mathbb{P}(\pi(2) = 1, x_{\pi(1)}+x_{\pi(2)} \leq S)+...+\mathbb{P}(\pi(N) = 1, x_{\pi(1)}+...+x_{\pi(N)} \leq S) \geq \beta_1$.

Generalizando la restricción de satisfacción de nivel de servicio se propone la siguiente formulación para el problema Responsive.

$$\min_{S\geq 0} \quad S \tag{3}$$

$$\text{s.t:} \quad \sum_{n=1}^{N} \mathbb{P}\left(\pi(n) = i, \sum_{k=1}^{n} x_{\pi(k)} \leq S\right) \geq \beta_i \qquad \forall\, i \in I \tag{4}$$

Minimizar el nivel de pedido único sujeto a satisfacer el nivel de servicio de cada clase bajo política Responsive.

2.2. Política de prioridad anticipativa

En la política de lista Random se debe considerar $N!$ listas de prioridad posibles para un problema de N clases de clientes. Sea π_k la k-ésima lista de prioridad y $\pi_k(j)$ la posición j-ésima en la lista k-ésima.

Supongamos un problema de lista Random para tres clientes. En este caso existen seis listas de prioridad posibles, $\pi_1 = \{1,2,3\}$, $\pi_2 = \{2,1,3\}$, $\pi_3 = \{3,1,2\}$, $\pi_4 = \{2,3,1\}$, $\pi_5 = \{3,2,1\}$, $\pi_6 = \{1,3,2\}$. Las condiciones de satisfacción para la clase 1 ($i = 1$) son: que se elija la lista π_1 y que la demanda de clase 1 sea menor o igual que el tamaño de lote S, que se elija la lista π_2 y que las demandas de clase 2 y 1 en conjunto sean menor o igual que el tamaño de lote S, que se elija la lista π_3 y que las demandas de clase 3 y 1 en conjunto sean menor o igual que el tamaño de lote S, que se elija la lista π_4 y que las demandas de clase 2, 3 y 1 en conjunto sean menor o igual que el tamaño de lote S, que se elija la lista π_5 y que las demandas de clase 3, 2 y 1 en conjunto sean menor o igual que el tamaño de lote S, y que finalmente se elija la lista π_6 y la demanda de clase 1 sea menor o igual que el tamaño de lote S. Luego la restricción de nivel de servicio para la clase 1 es, $\mathbb{P}(x_1 \leq S, \pi_1) + \mathbb{P}(x_2 + x_1 \leq S, \pi_2) + \mathbb{P}(x_3 + x_1 \leq S, \pi_3) + \mathbb{P}(x_2 + x_3 + x_1 \leq S, \pi_4) + \mathbb{P}(x_3 + x_2 + x_1 \leq S, \pi_5) + \mathbb{P}(x_1 \leq S, \pi_6) \geq \beta_1$. Como la política Anticipative asume independencia entre la posición y la demanda, la restricción para la clase 1 queda de la siguiente forma: $\mathbb{P}(x_1 \leq S)(\mathbb{P}(\pi_1) + \mathbb{P}(\pi_6)) + \mathbb{P}(x_2 + x_1 \leq S)\mathbb{P}(\pi_2) + \mathbb{P}(x_3 + x_1 \leq S)\mathbb{P}(\pi_3) + \mathbb{P}(x_2 + x_3 + x_1 \leq S)(\mathbb{P}(\pi_4) + \mathbb{P}(\pi_5)) \geq \beta_1$.

Se define $\mathbb{P}(\pi_k)$ como la probabilidad de que la lista k-ésima sea usada para racionar la cantidad pedida S, y $N_i^j = \{k : \pi_k(j) = i\}$ como el conjunto de listas en las cuales el cliente i-ésimo se encuentra en la posición j-ésima. Luego, generalizando la restricción, se propone el siguiente modelo para determinar la cantidad óptima de pedido único bajo una política de lista Random no i.i.d.

$$\min_{S \geq 0} \quad S \tag{5}$$

$$\text{s.t:} \quad \sum_{j=1}^{N} \sum_{k \in N_i^j} \mathbb{P}(\pi_k)\, \mathbb{P}\left(\sum_{\theta=1}^{j} x_{\pi_k(\theta)} \leq S \right) \geq \beta_i \qquad \forall\, i \in I \tag{6}$$

En este trabajo se asume que la probabilidad de utilizar la lista k-ésima es uniforme, i.e., cada lista tiene la misma probabilidad de ser seleccionada. Cuando la probabilidad de ocupar la lista k-ésima $\mathbb{P}(\pi_k)$ es uniforme y los niveles de servicio β_i son notoriamente distintos, es condición suficiente para determinar el tamaño de lote óptimo satisfacer a la clase de mayor nivel de servicio preestablecido, luego el problema *SLP* bajo política Random no i.i.d. es:

$$\min_{S \geq 0} \quad S \tag{7}$$

$$\text{s.t:} \quad \sum_{j=1}^{N} \sum_{k \in N_i^j} \mathbb{P}\left(\sum_{\theta=1}^{j} x_{\pi_k(\theta)} \leq S \right) \geq \max_{i \in I}\{\beta_i\}\, N! \tag{8}$$

3. Estudio computacional

El estudio computacional fue desarrollado con dos objetivos principales, a saber, (i) evaluar el desempeño computacional de las formulaciones propuestas en relación a la formulación de Alptekinoglu et al. (2012) y (ii) comparar el desempeño de las políticas Responsive y Random no i.i.d.

Dado que las restricciones para ambos tipos de problema son no lineales, se hizo uso de la herramienta de optimización *fmincon* de MATLAB. Esta función permite encontrar el mínimo de una función multivariable no lineal con restricciones de diversa naturaleza. El estudio fue realizado en un computador con 8 procesadores Intel(R) Core(TM) i7 CPU 870 @ 2.93 GHz, 8 GB memoria RAM, cargado sobre sistema operativo Linux Ubuntu v10.10.

Se diseñaron dos experimentos para comparar las políticas Responsive y Random no i.i.d. mediante las formulaciones (3)-(4) y (7)-(8) respectivamente. Los dos experimentos difieren en la relación demanda - nivel de servicio. En el primer experimento las demandas y niveles de servicio se ordenan de forma inversa, i.e., entre mayor sea la demanda de una clase, menor es su nivel de servicio preestablecido. En el segundo experimento las demandas y niveles de servicio estan ordenados de forma directa, i.e., entre mayor sea la demanda de una clase, mayor es su nivel de servicio preestablecido. Por otro lado, en cada experimento se varía el número de clases.

N° de Clases	Parámetro	Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4	Clase 5	Clase 6
2	μ_i	4.773	5.227	-	-	-	-
	σ_i^2	227.779	273.255	-	-	-	-
	β_i (1)	95,0 %	65,0 %	-	-	-	-
	β_i (2)	65,0 %	95,0 %	-	-	-	-
3	μ_i	3.147	3.300	3.553	-	-	-
	σ_i^2	99.060	108.900	126.211	-	-	-
	β_i (1)	95,0 %	80,0 %	65,0 %	-	-	-
	β_i (2)	65,0 %	80,0 %	95,0 %	-	-	-
4	μ_i	2.329	2.443	2.557	2.671	-	-
	σ_i^2	54.264	59.690	65.375	71.317	-	-
	β_i (1)	95,0 %	85,0 %	75,0 %	65,0 %	-	-
	β_i (2)	65,0 %	75,0 %	85,0 %	95,0 %	-	-
5	μ_i	1.854	1.927	2.000	2.073	2.146	-
	σ_i^2	34.391	37.143	40.000	42.963	46.033	-
	β_i (1)	95,0 %	87,5 %	80,0 %	72,5 %	65,0 %	-
	β_i (2)	65,0 %	72,5 %	80,0 %	87,5 %	95,0 %	-
6	μ_i	1.572	1.624	1.627	1.676	1.726	1.775
	σ_i^2	24.701	26.382	26.463	28.099	29.783	31.517
	β_i (1)	95,0 %	89,0 %	83,0 %	77,0 %	71,0 %	65,0 %
	β_i (2)	65,0 %	71,0 %	77,0 %	83,0 %	89,0 %	95,0 %

Tabla 1: Parámetros usados en estudio computacional

La Tabla 1 indica los parámetros utilizados para los dos experimentos. La diferencia está en los niveles de servicio, donde β_i (1) se utiliza en el primer experimento y β_i (2) se utiliza en el segundo.

3.1. Desempeño computacional para formulaciones de lista Random no i.i.d.

Los experimentos numéricos permiten concluir que la formulación (7)-(8) es la de mejor desempeño computacional. Sus tiempos de procesamiento son en promedio 37 veces menor que la formulación presentada por Alptekinoglu et al. (2012) y 5 veces menor que la formulación (5)-(6). En la Tabla 2 se indica los tiempos computacionales obtenidos para las tres formulaciones cuando se varía el número de clases.

N° de Clases	Formulación (5)-(6) [s]	Formulación (7)-(8) [s]	Formulación de Alptekinoglu et al. (2012) [s]
2	0,06	0,05	0,07
3	0,08	0,07	0,11
4	0,14	0,08	0,35
5	0,56	0,14	2,38
6	3,51	0,66	19,00
7	29,92	4,67	202,79
8	270,29	36,45	2.090,69
9	3.067,96	331,36	27.306,47
10	35.237,97	2.987,77	284.606,82

Tabla 2: Tiempos computacionales política Random no i.i.d.

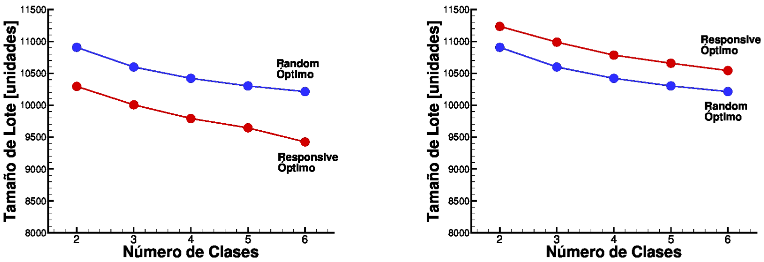
Se verificó que el tamaño de lote óptimo S^* es el mismo, independiente de la formulación usada, para cada número de clases.

3.2. Comparación entre lista Responsive y lista Random

El estudio computacional permite concluir para el primer experimento que la política Responsive tiene mejor desempeño que la política Random no i.i.d., i.e., , si la demanda y el nivel de servicio de cada clase están relacionados de forma inversa, el tamaño de lote óptimo para la política Responsive es menor que el lote óptimo obtenido para la política Random no i.i.d., i.e., $S^*_{Responsive} < S^*_{Random\ no\ i.i.d.}$. Por otro lado, cuando la demanda y nivel de servicio están relacionados de forma directa (experimento 2) la política Random no i.i.d. tiene un mejor desempeño que la política Responsive, i.e., $S^*_{Responsive} > S^*_{Random\ no\ i.i.d.}$. La Figura 2 indica los resultados obtenidos para ambos tipos de experimento.

Una conclusión relevante del trabajo de Alptekinoglu et al. (2012), es que el lote óptimo de la política Responsive es menor que el lote óptimo obtenido con política Random i.i.d. Este autor no compara la política Responsive con una política Random no i.i.d. En nuestro trabajo se demuestra experimentalmente que por lo menos existe un caso en donde la política Random no i.i.d. tiene un mejor desempeño que la política Responsive.

Una vez obtenido los resultados para el tamaño de lote óptimo en cada tipo de experimento, se procedió a verificar que los resultados permiten satisfacer el nivel de servicio de cada clase. La siguiente tabla indica el nivel de servicio provisto



(a) Experimento 1 (b) Experimento 2

Figura 2: lista Responsive vs lista Random

$sl_i(S^*)$ y el nivel de servicio preestablecido β_i para cada clase, considerando los dos tipos de experimento y las políticas analizadas en este trabajo.

		Política Responsive				Política Random no i.i.d.			
N° de Clases	Clase	$sl_i(S^*)$ (1)	β_i (1)	$sl_i(S^*)$ (2)	β_i (2)	$sl_i(S^*)$ (1)	β_i (1)	$sl_i(S^*)$ (2)	β_i (2)
2	1	95,0 %	95,0 %	99,6 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %
	2	70,3 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %
3	1	96,2 %	95,0 %	99,7 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %
	2	89,6 %	80,0 %	99,1 %	80,0 %	95,0 %	80,0 %	95,0 %	80,0 %
	3	65,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %
4	1	96,9 %	95,0 %	99,8 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %
	2	91,6 %	85,0 %	99,3 %	75,0 %	95,0 %	85,0 %	95,0 %	75,0 %
	3	81,9 %	75,0 %	98,0 %	85,0 %	95,0 %	75,0 %	95,0 %	85,0 %
	4	65,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %
5	1	97,5 %	95,0 %	99,8 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %
	2	94,0 %	87,5 %	99,6 %	72,5 %	95,0 %	87,5 %	95,0 %	72,5 %
	3	88,6 %	80,0 %	98,9 %	80,0 %	95,0 %	80,0 %	95,0 %	80,0 %
	4	78,3 %	72,5 %	97,4 %	87,5 %	95,0 %	72,5 %	95,0 %	87,5 %
	5	65,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %
6	1	96,1 %	95,0 %	99,7 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %
	2	92,5 %	89,0 %	99,3 %	71,0 %	95,0 %	89,0 %	95,0 %	71,0 %
	3	91,4 %	83,0 %	99,3 %	77,0 %	95,0 %	83,0 %	95,0 %	77,0 %
	4	86,8 %	77,0 %	98,6 %	83,0 %	95,0 %	77,0 %	95,0 %	83,0 %
	5	76,9 %	71,0 %	97,1 %	89,0 %	95,0 %	71,0 %	95,0 %	89,0 %
	6	65,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %	95,0 %	65,0 %	95,0 %	95,0 %

Tabla 3: Restricción de satisfacción de nivel de servicio

La Tabla 3 se verifica que independiente de la política y del tipo de experimento siempre se satisface el nivel de servicio preestablecido β_i para cada clase. En particular, al utilizar una política Responsive independiente del experimento realizado, el nivel de servicio provisto $sl_i(S^*)$ para el cliente i-ésimo es mayor o igual al nivel de servicio preestablecido β_i. Por otro lado, al utilizar una política Random no i.i.d independiente del experimento realizado, el nivel de servicio provisto $sl_i(S^*)$ al cliente i-ésimo es siempre el máximo nivel de servicio preestablecido, i.e., $sl_i(S^*) = \max_{i \in I}\{\beta_i\} \quad \forall\ i \in I$. Por lo tanto, la proliferación de *free riders*, i.e., clases de menor prioridad que reciben un nivel de servicio mayor al que requieren, es inevitable. La proliferación de *free riders* es extrema cuando la demanda y nivel de servicio estan relacionados directamente en la política Responsive. Por ejemplo, la Tabla 3 indica que el nivel de servicio provisto a la clase con menor nivel de servicio preestablecido es mayor que el nivel de servicio preestablecido para la clase de mayor prioridad. Esta situación existe independiente del número de clases consideradas.

4. Conclusiones

En este trabajo se analiza el racionamiento a través de listas de prioridad Responsive y Random no i.i.d., para optimizar el tamaño de pedido único cuando múltiples clases de clientes tienen demanda estocástica y nivel de servicio diferenciado. Cuando la demanda y nivel de servicio preestablecido para cada clase de cliente se relacionan de forma inversa, la cantidad óptima a pedir es menor utilizando lista Responsive, mientras que cuando la demanda y nivel de servicio preestablecido de cada clase están relacionados de forma directa, la utilización de listas Random no i.i.d. permite obtener un menor lote de pedido óptimo. Sin embargo, independiente de la relación entre la demanda y nivel de servicio, al utilizar listas Responsive el nivel de servicio provisto para cada clase es mayor o igual a su nivel de servicio preestablecido, mientras que al utilizar listas Random no i.i.d. el nivel de servicio provisto resulta siempre ser el máximo nivel de servicio preestablecido entre todas las clases existentes. Por lo tanto, al utilizar listas de prioridad, la proliferación de *free riders* es inevitable.

Al considerar una probabilidad uniforme para elegir una lista de prioridad en la política Random no i.i.d. se simplifica la formulación que permite determinar el tamaño de pedido único. Esta simplificación consiste en incluir en la formulación solamente la restricción de cumplimiento de nivel de servicio de la clase con mayor nivel de servicio preestablecido, en vez de considerar que se deben satisfacer el nivel de servicio de cada clase de cliente. De esta forma, el tiempo computacional en que se incurre para obtener la cantidad de pedido óptima se reduce considerablemente (ver Tabla 2).

Como posibles extensiones de este trabajo se propone: (i) investigar para la política Random no i.i.d. las consecuencias de utilizar otros tipos de probabilidades distintas a la uniforme para elegir una lista de prioridad (por ejemplo construir esta probabilidad según teoría de elección discreta), y (ii) extender el uso de listas de prioridad a políticas de nivel crítico de revisión continua y *full-backorder* cuando el lote de reabastecimiento entrante menos los *backorder* de cada clase no son suficientes para dejar el nivel de inventario por sobre el punto de reorden (*clearing mechanism*, Arslan et al. (2007), Deshpande et al. (2003)).

Referencias

Alptekinoglu, A., Banarjee, A., Paul, A., Jain, N., 2012. Inventory pooling to deliver differentiated service. Manufacturing and Service Operations Management 15, 33–44.

Arslan, H., Graves, S., Roemer, T., 2007. A single-product inventory model for multiple demand classes. Management Science 53, 1486–1500.

Deshpande, V., Cohen, M., Donohue, K., 2003. A threshold inventory rationing policy for service differentiated demand classes. Management Science , 683–703.

Eppen, G., Schrage, L., 1981. Centralized ordering policies in a multi-warehouse system with lead times and random demand. TIMS Studies in the Management Sciences 16, 51–67.

Lagodimos, A., 1992. Multi-echelon service models for inventory systems under different rationing policies. Int. J. Prod. Res. 30, 939–958.

Moon, I., Kang, S., 1998. Rationing policies for some inventory systems. Journal of the Operational Research Society , 509–518.

Nahmias, S., Demmy, S., 1981. Operating characteristics of an inventory system with rationing. Management Science 27.

Swaminathan, J., Srinivasan, R., 1999. Managing individual customer service constraints under stochastic demand. Operations Research Letters 24, 115–125.

Zhang, J., 2003. Managing multi-customer service level requirements with a simple rationing policy. Operations Research Letters 31, 477–482.